

# IEC INGENIEROS LTDA.

DUBLE ALMEYDA 2580 - TELEFONOS 2258891 - 2235340 - 40580  
SANTIAGO - CHILE

## APPROXIMATE ANALYSIS OF CONCRETE SHEAR WALL BUILDINGS CONSIDERING =====

### STRUCTURAL MONOLITISM.

## =====

TOMAS GUENDELMAN (\*)  
JUAN RENDIC (\*\*)

### SUMMARY

=====

DIFFERENT CRITERIA ARE USED IN THE ANALYSIS OF CONCRETE SHEAR WALL BUILDINGS UNDER LATERAL LOADS TO ACCOUNT FOR THREE DIMENSIONAL BEHAVIOUR.

CONVENTIONAL ANALYSIS PROCEDURES INCLUDE STRUCTURAL MONOLITISM BY MEANS OF REINFORCING THE RESISTING ELEMENT WEB PROPERTIES WITH SOME FLANGE PARTICIPATION.

A RESEARCH CARRIED OUT AT THE UNIVERSITY OF CHILE, SUMMARIZED HERE, DEVELOPES A PROCEDURE THAT CAN BE EASILY IMPLEMENTED IN A STRUCTURAL DESIGN OFFICE, AND CONSISTS OF AN EXTENSION OF THE CONVENTIONAL MODELS OF PLANE STRUCTURAL ANALYSIS GIVING ADEQUATE RESULTS FOR THE DESIGN OF CONCRETE BUILDINGS.

---

(\*) PROFESSOR OF STRUCTURAL ANALYSIS. SCHOOL OF ENGINEERING. UNIVERSITY OF CHILE AND UNIVERSITY OF SANTIAGO DE CHILE.

(\*\*) ASSISTANT OF STRUCTURAL ANALYSIS. SCHOOL OF ENGINEERING. UNIVERSITY OF CHILE.

ANALISIS APROXIMADO DE EDIFICIOS DE MUROS DE HORMIGON ARMADO  
CONSIDERANDO MONOLITISMO ESTRUCTURAL

TOMAS GUENDELMAN B. (\*)

JUAN RENDIC L. (\*\*)

R E S U M E N

En el análisis de edificios de muros de hormigón armado sometidos a cargas laterales se usan distintos criterios que permiten tomar en cuenta su comportamiento tridimensional.

Los procedimientos convencionales de análisis incorporan el monolitismo estructural a través del reforzamiento de las propiedades de los elementos resistentes con el empleo de alas colaborantes.

En este trabajo se resume una investigación<sup><9></sup> realizada en la Universidad de Chile, en que se desarrolla una proposición sencilla de implementar en oficinas de Ingeniería Estructural, como una extensión de los modelos convencionales de análisis de estructuras planas y que permite obtener resultados satisfactorios para el diseño de edificios de Hormigón Armado.

(\*) Profesor de Análisis Estructural, Universidad de Chile y Universidad de Santiago de Chile.

(\*\*) Docente auxiliar de Análisis Estructural, Universidad de Chile.

## Introducción.

En el análisis de edificios de muros bajo cargas laterales, sismo, viento, etc., se usan distintos criterios que permiten considerar de alguna forma el comportamiento tridimensional de la estructura.

Debido al monolitismo de las estructuras de hormigón armado, los muros que se orientan en la dirección de la sollicitación reciben colaboración de los restantes muros ligados a ellos en todas direcciones.

Los métodos de análisis más usados, consisten en considerar una sección de muro que incluya colaboraciones de los demás muros que se le conectan, resultando de este modo secciones de propiedades mayores a las que se obtendrían sin dichas colaboraciones.

Estos métodos son en general satisfactorios, pero en ciertas situaciones su uso puede conducir a resultados erróneos.

Diversos autores se han preocupado de considerar de alguna manera el comportamiento tridimensional de los edificios formados por conjuntos espaciales de muros sometidos a cargas laterales, concordando en general en la aceptación de la existencia de diafragmas de piso indeformables en sus planos.

Las principales diferencias entre las distintas proposiciones investigadas, se refieren a las hipótesis simplificatorias del comportamiento tridimensional de los elementos verticales.

Algunas de éstas <1>, <2>, <3>, <4>, establecen compatibilidad vertical de desplazamientos en aristas comunes a muros planos, obteniendo resultados satisfactorios comparados con otros provenientes de trabajos experimentales con modelos a escala. Otros autores <5>, establecen compatibilidad de traslaciones y rotaciones en un número discreto de puntos de ligazón entre elementos resistentes verticales.

Alternativamente se enfoca el problema con métodos tales como sustitución del conjunto espacial por dos elementos perpendiculares ubicados en los ejes principales de inercia <6>, modelos mixtos en los que parte de las características de rigidez de los conjuntos se obtienen en forma experimental <7> y modelos continuos con incorporaciones de resortes aislados para tomar en cuenta el alabeamiento de las secciones <8>.

En este trabajo se resume una investigación <9> realizada en la Universidad de Chile, en que se desarrolla una proposición sencilla de implementar en oficinas de Ingeniería Estructural, como una extensión de los modelos convencionales de análisis de estructuras planas y que permite obtener resultados satisfactorios para el diseño de edificios de Hormigón Armado.

Modelo teórico.

Se definió el "muro" como un elemento resistente vertical plano y el "conjunto espacial" como un conjunto de muros, los cuales pueden ir dispuestos en planta de cualquier manera.

Ejemplos comunes de conjunto espacial son los muros de sección L, T, C, etc. Las Figuras 1 y 1a muestran un conjunto espacial cualquiera, observándose una disposición arbitraria de los distintos muros.

Cada muro es modelado como una barra vertical que deforma por flexión, corte y esfuerzo axial, con un grado de libertad horizontal  $h_k$  en cada piso del edificio. Adicionalmente, se incorpora a este modelo una barra transversal infinitamente rígida en cada piso, como lo muestra la Figura 2, y se definen  $n_v$  grados de libertad verticales  $v_k$  en cada piso, a través de los cuales se establecerá la compatibilidad de desplazamientos verticales entre los distintos muros que forman un conjunto espacial.

La matriz de rigidez del muro  $j$  se indica en la siguiente ecuación:

$$\begin{Bmatrix} H \\ V \end{Bmatrix}_j = \begin{bmatrix} K_{HH} & K_{HV} \\ K_{VH} & K_{VV} \end{bmatrix}_j \begin{Bmatrix} h \\ v \end{Bmatrix}_j \quad (1)$$

Los grados de libertad del muro  $j$  están ligados a los del conjunto espacial a través de la ecuación:

$$\begin{Bmatrix} h \\ v \end{Bmatrix}_j = \begin{bmatrix} T_H & 0 \\ 0 & T_V \end{bmatrix}_j \begin{Bmatrix} d \\ u \end{Bmatrix} \quad (2)$$

en que  $\{d\}$  es un vector que contiene los grados de libertad de diafragma del conjunto espacial y  $\{u\}$  contiene sus grados de libertad verticales.

La expresión de la matriz  $[T_H]_j$  está dada por:

$$\{h\}_j = [-\text{sen} \alpha_j [I] \mid \text{cos} \alpha_j [I] \mid \rho_j [I]] \{d\} \quad (3)$$

donde  $[I]$  es la matriz identidad y los términos  $\alpha_j$  y  $\rho_j$  se definen en la Figura 3. En  $\{d\}$  se ubican primero las componentes  $\{d_u\}$ , luego  $\{d_v\}$  y finalmente  $\{d\phi\}$  según indica la Figura 3.

La matriz  $[T_V]_j$  es una matriz booleana cuya determinación se realiza en forma simple.

La matriz de rigidez del conjunto espacial "i" se calcula como:

$$[K]_i = \sum_{j=1}^P [T]_j^T [K]_j [T]_j \quad (4)$$

en que  $p$  es el número de muros que componen el conjunto espacial  $i$ .

La matriz de rigidez del conjunto espacial está referida a sus grados de libertad de diafragma, definidos en el origen de coordenadas de la Figura 3, y a los grados de libertad verticales del conjunto espacial. Es posible particionar esta matriz

$$\begin{Bmatrix} D \\ U \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} K_{DD} & K_{DU} \\ K_{UD} & K_{UU} \end{bmatrix}_i \begin{Bmatrix} d \\ u \end{Bmatrix}_i \quad (5)$$

y efectuar una condensación estática, puesto que las fuerzas externas  $\{U\}_i$  son nulas. De esta manera:

$$[K_{UD}]_i \{d\}_i + [K_{UU}]_i \{u\}_i = \{0\} \quad (6)$$

$$y \quad \{D\}_i = [\bar{K}]_i \{d\}_i \quad (7)$$

$$\text{en que } [\bar{K}]_i = [K_{DD}]_i - [K_{DU}]_i [K_{UU}]_i^{-1} [K_{UD}]_i \quad (8)$$

es la matriz de rigidez de diafragma del conjunto espacial  $i$ .

Comúnmente en un edificio hay varios conjuntos espaciales, cada uno de los cuales tiene un sistema de coordenadas propio. Los grados de libertad de diafragma  $\{d\}_i$  del conjunto  $i$  se relacionan con los grados de libertad de diafragma  $\{\ell\}$  del edificio de acuerdo a la fórmula

$$\{d\}_i = [\beta]_i \{\ell\} \quad (9)$$

y la matriz de rigidez de diafragma del edificio es:

$$[Kd] = \sum_{i=1}^q [\beta]_i^T [\bar{K}]_i [\beta]_i \quad (10)$$

siendo la relación de rigidez

$$\{L\} = [Kd] \{\ell\} \quad (11)$$

en que  $q$  es el número de conjuntos espaciales del edificio y  $\{L\}$  es la sollicitación externa sobre el edificio correspondiente biunívocamente con  $\{\ell\}$ .

La expresión de la matriz  $[\beta]_i$  es:

$$[\beta]_i = \begin{bmatrix} \cos\phi_i [I] & \text{sen}\phi_i [I] & (\ell_{xi} \text{sen}\phi_i - \ell_{yi} \cos\phi_i) [I] \\ -\text{sen}\phi_i [I] & \cos\phi_i [I] & (\ell_{xi} \cos\phi_i + \ell_{yi} \text{sen}\phi_i) [I] \\ 0 & 0 & [I] \end{bmatrix} \quad (12)$$

en que  $[I]$  es la matriz identidad, y los términos  $\phi_i$ ,  $l_{yi}$  y  $l_{xi}$ , definidos en la Figura 4, representan las coordenadas y orientación del conjunto espacial  $i$  en relación al edificio.

Para la resolución de un problema, primero se determinan los desplazamientos de diafragma del edificio, de la ecuación 11.

Luego se determinan los desplazamientos de diafragma de cada conjunto espacial, de acuerdo a la ecuación 9. Posteriormente se determinan los desplazamientos verticales de cada conjunto espacial, a partir de la ecuación 6, y finalmente se calculan los desplazamientos y esfuerzos internos en cada muro de cada conjunto espacial.

#### Ejemplo de aplicación.

Una serie completa de aplicaciones del método propuesto en este trabajo se presentan en la referencia N°9. Se extrae de ellas un ejemplo referido a un edificio formado por dos muros de sección L, cuya planta se muestra en la Figura 5. El edificio posee 10 niveles, y se le aplica una carga lateral distribuida en forma de triángulo invertido. Los resultados que se obtienen se comparan con aquéllos que resultan de aplicar dos modelos convencionales: el de alas colaborantes<sup>(a)</sup> y el de muros perpendiculares en direcciones principales<sup>(b)</sup>.

#### Resultados de desplazamientos.

Al aplicar la carga se producen desplazamientos en su dirección, los cuales se muestran en la Figura 6. Además se producen desplazamientos en la dirección perpendicular, los cuales aparecen en la Figura 7.

Se puede apreciar que el modelo convencional "b" entrega resultados similares al modelo que se propone en este trabajo. Sin embargo el modelo convencional "a" es incapaz de detectar los movimientos perpendiculares a la dirección de la carga.

#### Resultados de esfuerzos internos.

Las Figuras 8 y 9 muestran los momentos flectores en el alma y el ala de la sección L respectivamente, en tanto que la Figura 10 indica los esfuerzos normales en el alma y el ala.

Si bien es cierto que los valores de los momentos en el alma son similares entre los tres modelos, se observa que los momentos en el ala y los esfuerzos normales son muy diferentes entre los tres modelos utilizados. Por otra parte, los modelos convencionales no entregan las fuerzas de traspaso verticales entre los distintos muros, las cuales representan la tensión de corte que se produce entre dichos elementos.

#### Conclusiones.

Los procedimientos convencionales de análisis de edificios de hormigón armado sometidos a cargas laterales, incorporan el monoli-

tismo estructural a través del reforzamiento de las propiedades de los elementos resistentes con el empleo de alas colaborantes.

Esto es particularmente efectivo en caso de muros de rigidez, en que las propiedades geométricas se calculan para secciones L, T, C, etc.

La calidad de los resultados depende en buena medida de la evaluación de longitud de las alas colaborantes, usándose de preferencia los criterios de normas que las fijan en función de sus respectivos espesores con leyes de variación en altura.

Criterios más perfeccionados basados en la evaluación de la colaboración efectiva a través de modelos de elementos finitos<sup><10></sup> y modelos continuos<sup><11></sup> y<sup><12></sup>, concluyen en proposiciones alternativas más precisas.

La modelación de la estructura que así se obtiene, produce resultados satisfactorios en el caso de plantas poco asimétricas, pero introduce fuertes distorsiones en los casos de marcada asimetría.

Para estos últimos casos, resulta preferible reemplazar los elementos monolíticos por muros perpendiculares actuando en las direcciones principales de la sección y con las propiedades correspondientes a ellas.

Este procedimiento tiene el inconveniente de no poder representar con fidelidad las variaciones que los elementos monolíticos posean en altura y que originarían direcciones principales variables. En algunos casos las aproximaciones serán satisfactorias, pues se pueden emplear direcciones principales fijas promedio y valores de las propiedades mecánicas variables. Tal caso se presenta, por ejemplo, si los muros experimentan fundamentalmente cambios de espesor en altura y cambios menores de longitud.

Si por el contrario los cambios son significativos, este tipo de modelo debe ser abandonado.

Los procedimientos anteriores, justificados en muchos casos, como se ha indicado, no pueden ser utilizados en edificios monolíticos de marcos rígidos.

Los modelos espaciales de seis grados de libertad por nudo que son teóricamente los más exactos, no son adecuados en estructuras de hormigón armado de elementos esbeltos, pues los giros que inducen torsiones importantes en ciertas barras, producen de gradación de las respectivas rigideces, debido a la baja capacidad de las piezas de hormigón armado para soportar este tipo de esfuerzos.

Tal fenómeno, originalmente estudiado por Leonhardt, conduce al modelo de compatibilidad de desplazamientos verticales que se plantea en este trabajo.

Esta forma de considerar el monolitismo estructural ya ha sido estudiada con exitosos resultados en las investigaciones referidas en la introducción y sus bondades se confirman aquí con amplitud. Lo que se agrega en forma original es el concepto de conjunto espacial, que trae aparejados diversos aspectos de interés.

Desde un punto de vista físico, el conjunto espacial es una componente monolítica independiente vinculada a las restantes por medio de los diafragmas horizontales de rigidez existentes en cada piso. Es por lo tanto un concepto generalizado del elemento resistente vertical plano y en efecto, se traduce en ello, si su número de componentes es unitario.

Desde el punto de vista analítico, es posible condensar estáticamente los grados de libertad verticales de cada conjunto en forma independiente, lo cual origina matrices de rigidez de diafragma cuyas dimensiones se reducen a los tres grados de libertad de cada piso, de idéntica forma a lo que ocurre en los modelos convencionales simples y con las consiguientes ventajas de eficiencia.

Esto permite incluso utilizar las mismas matrices de rigidez para conjuntos espaciales iguales, ubicados en diferentes posiciones geométricas en la planta del edificio, como lo muestra la Figura 5.

Por otra parte, se pueden incorporar con facilidad matrices de rigidez de conjuntos espaciales determinadas con procedimientos experimentales, lo que significa una apertura importante a la integración de técnicas diferentes empleadas con frecuencia en investigación y en labores profesionales.



Referencias.

1. MacLeod, I.A., Hosny, H.M., "Frame Analysis of Shear Wall Cores". ASCE, Structural Division. Oct. 1977.
2. MacLeod, I.A., "Analysis of Shear Wall Buildings by the Frame Method". ICE, Sept. 1973.
3. MacLeod, I.A., "Structural Analysis of Wall Systems". The Structural Engineer, Nov. 1977.
4. Stamato, M.C., Stafford Smith, B., "An Approximate Method for the Three-Dimensional Analysis of Tall Buildings". ICE, Jul. 1970.
5. Weaver, W., Nelson, M.F., "Three-Dimensional Analysis of Tier Buildings". ASCE, Structural Division, Dec. 1966.
6. Ghali, A., Neville, A.M., "Three-Dimensional Analysis of Shear Walls". ICE, Feb. 1972.
7. Winokur, A., Gluck, J., "Lateral Loads in Asymmetric Multistory Structures". ASCE, Structural Division, Mar. 1968.
8. Prato, Carlos A., "Simplified Analysis of Wall-Frame Building Structures". ASCE, Structural Division, Dec. 1976.
9. Rendic L., Juan, "Análisis Aproximado de Edificios de Muros como Modelo Tridimensional". Memoria de Título de Ingeniero Civil, Universidad de Chile, 1981.
10. Rozenblum, G., "Estudio de Muros Perfil Canal en Edificios". Memoria de Título de Ingeniero Civil. Universidad de Chile. 1971.
11. León L., Santiago, "Ancho Colaborante de Alas de Muros de Hormigón Armado Solicitadas en Flexión". Memoria de Título de Ingeniero Civil, Universidad de Chile, 1980.
12. Lucero D., Carlos, "Modelación de muros con alas". Memoria de título de Ingeniero Civil. Universidad de Chile. 1983.

Figura 1  
Conjunto Espacial

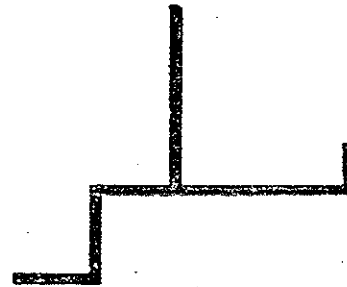
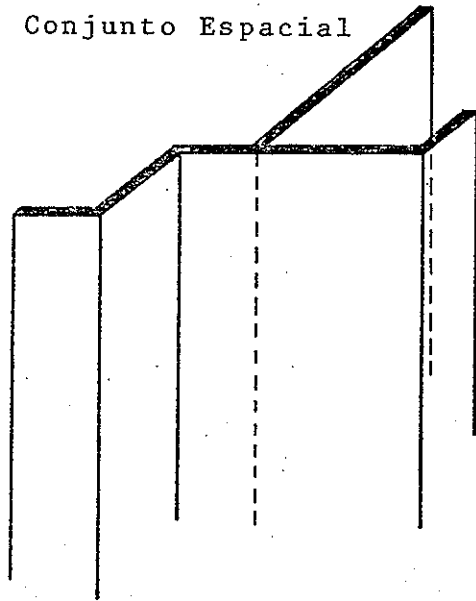


Figura 1.a  
Planta Conjunto Espacial

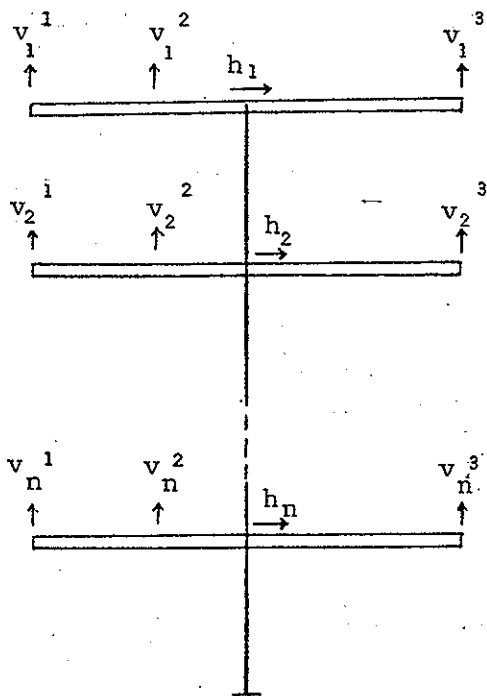


Figura 2  
Modelación Elemento Plano

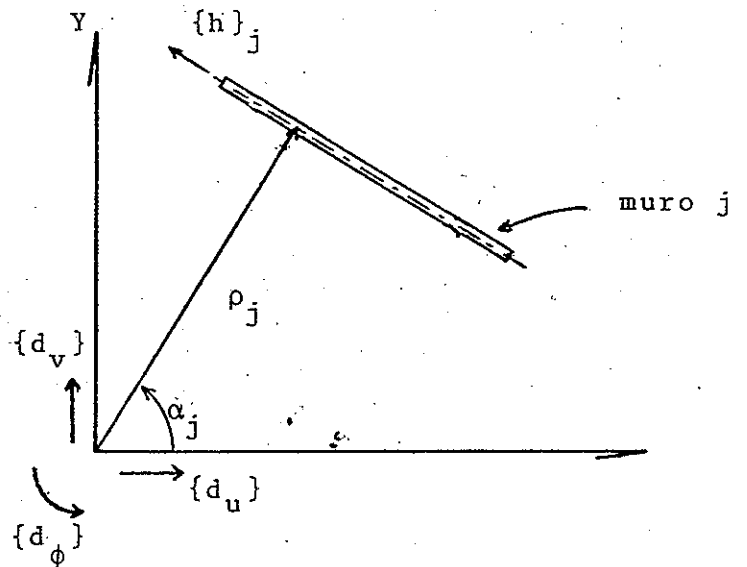


Figura 3  
Definición de la Posición de un Elemento Plano en Coordenadas Polares.

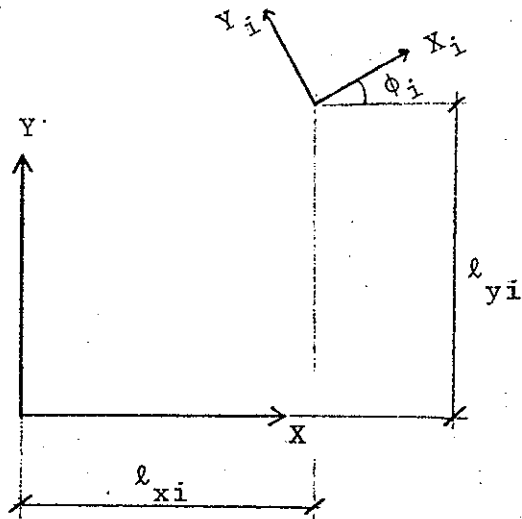


Figura 4. Ubicación del Conjunto Espacial en el Edificio

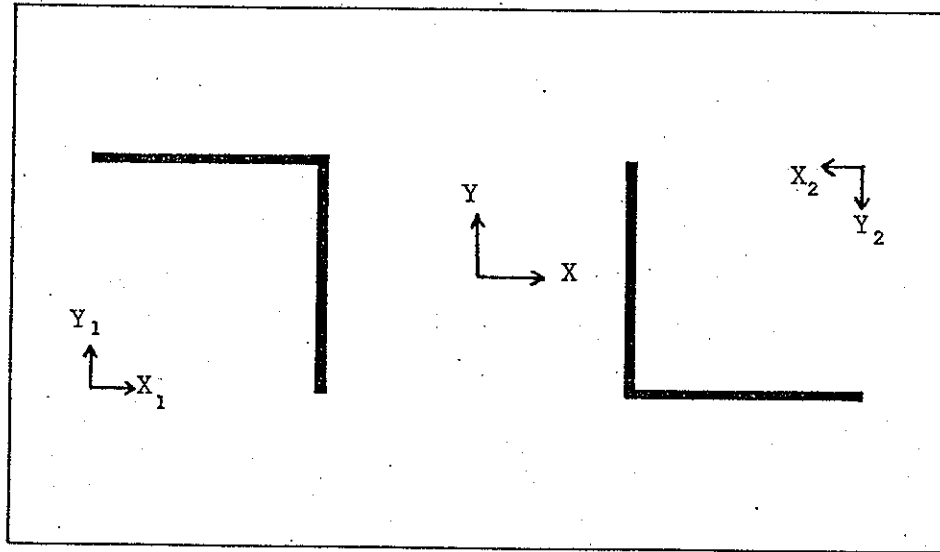


Figura 5. Planta Ejemplo de Aplicación

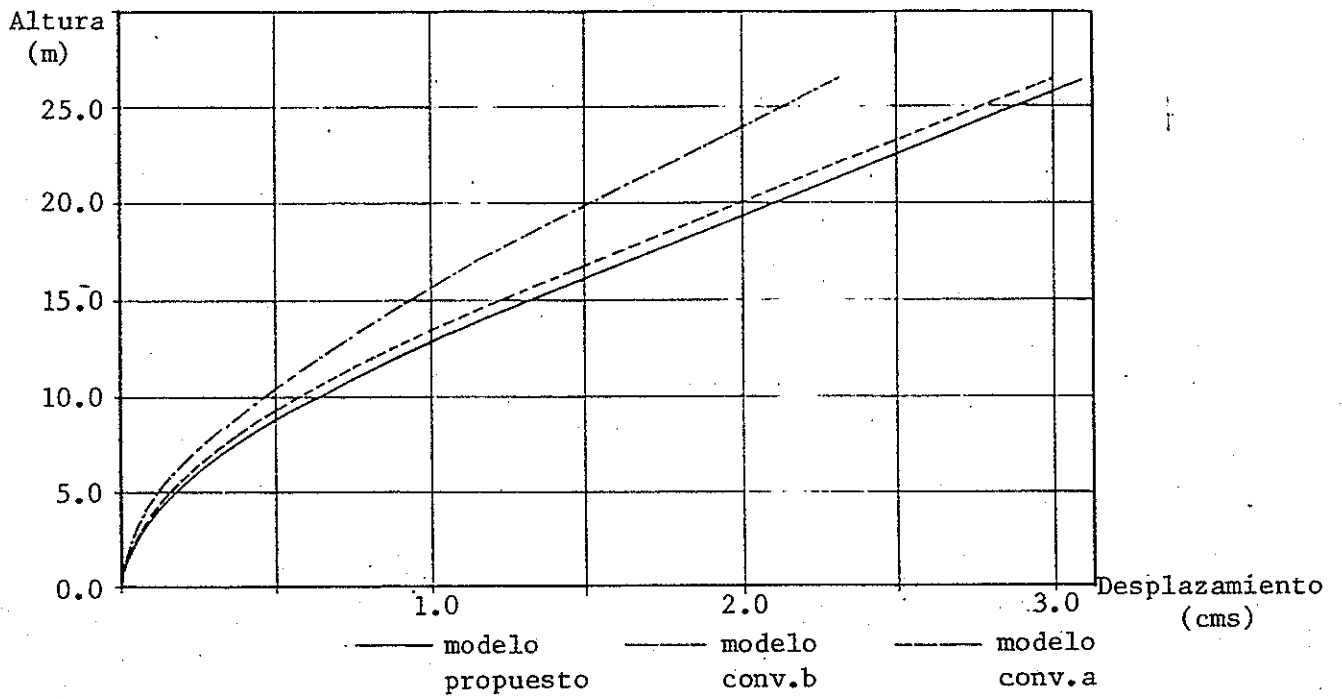


Figura 6. Desplazamientos en la Dirección de la Carga

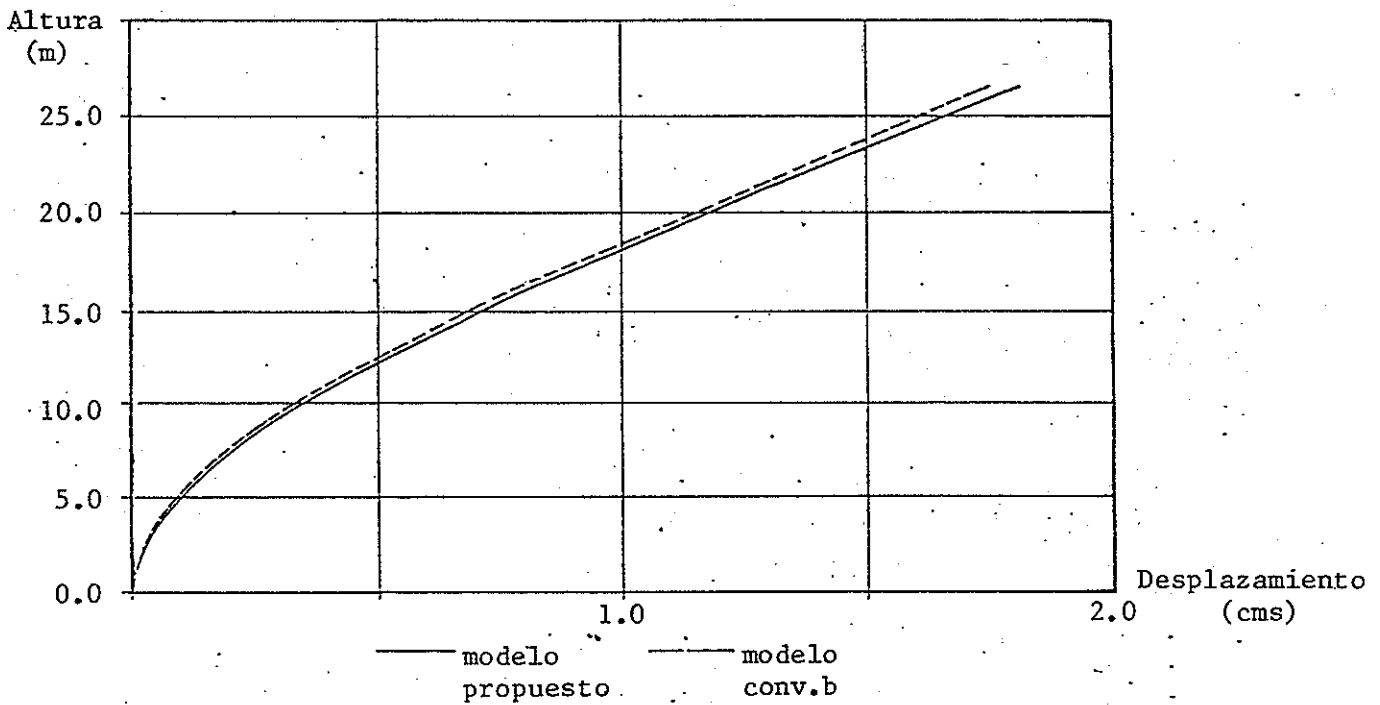


Figura 7. Desplazamientos en la Dirección Perpendicular a la Carga.

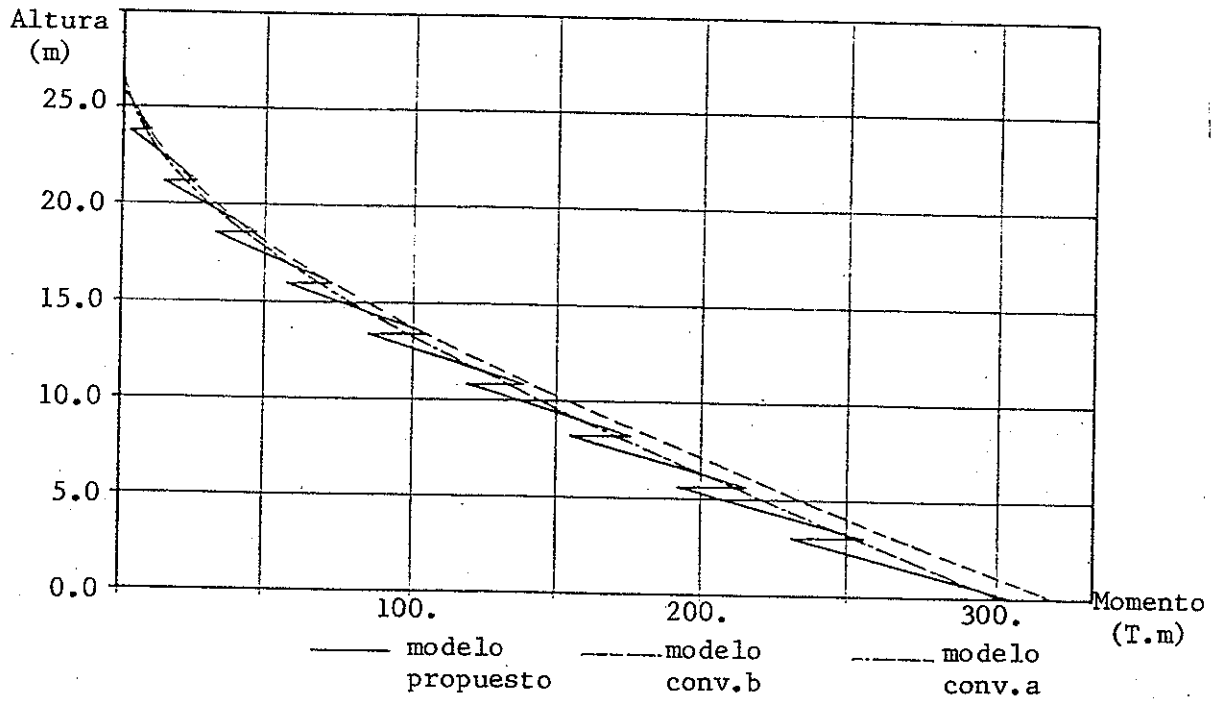


Figura 8. Diagrama de Momentos en el Alma del Muro L.

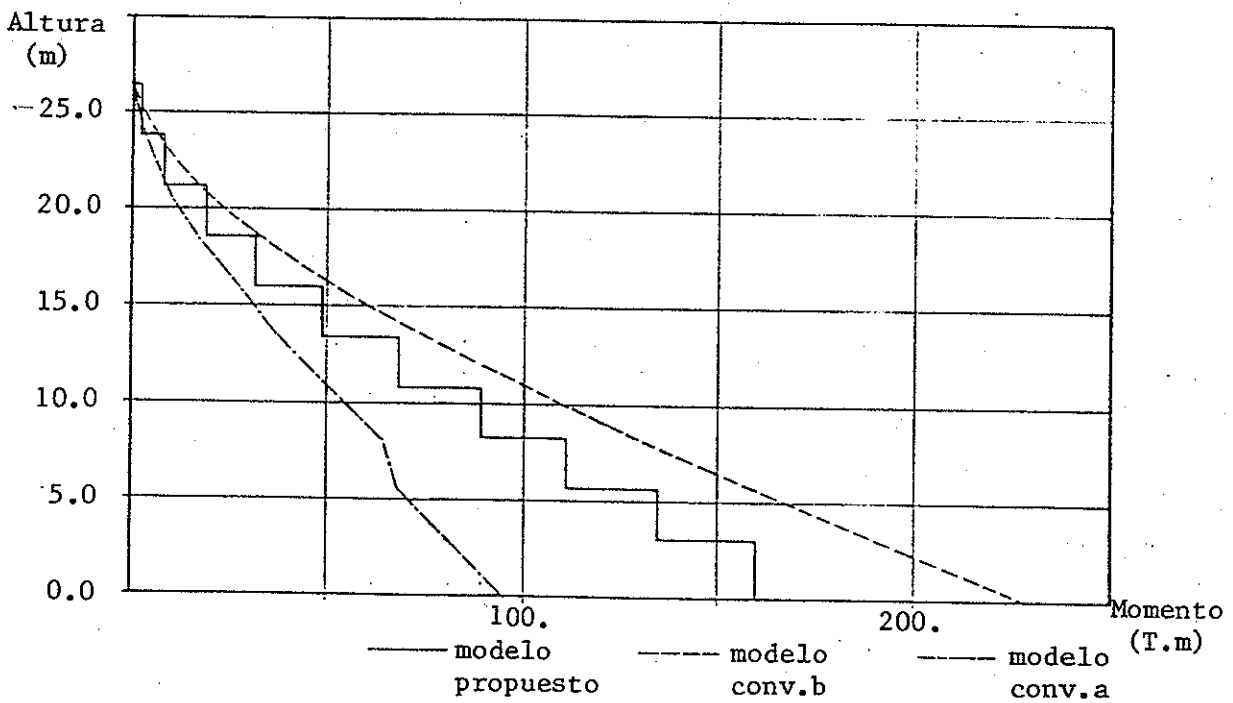


Figura 9. Diagrama de Momentos en el Ala del Muro L.

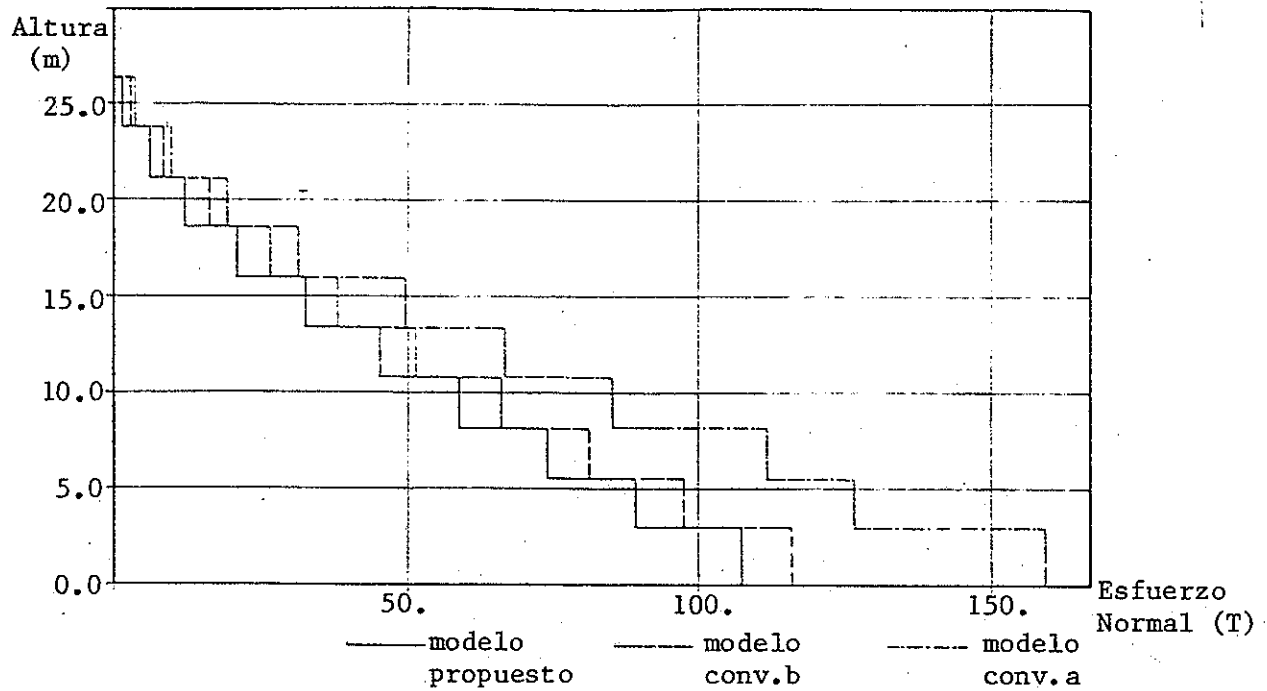


Figura 10. Diagrama de Esfuerzo Normal en el Alma y Ala del Muro L